



## KARTA OPISU PRZEDMIOTU - SYLABUS

Nazwa przedmiotu

Matematyka [S1MiBM2>MAT1]

### Przedmiot

Kierunek studiów

Mechanika i budowa maszyn

Rok/Semestr

1/1

Studia w zakresie (specjalność)

–

Profil studiów

ogólnoakademicki

Poziom studiów

pierwszego stopnia

Język oferowanego przedmiotu

polski

Forma studiów

stacjonarne

Wymagalność

obligatoryjny

### Liczba godzin

Wykład

45

Laboratorium

0

Inne

0

Ćwiczenia

30

Projekty/seminaria

0

### Liczba punktów ECTS

5,00

### Koordynatorzy

prof. dr hab. inż. Ewa Magnucka-Blandzi  
ewa.magnucka-blandzi@put.poznan.pl

### Wykładowcy

### Wymagania wstępne

- uporządkowane wiadomości z matematyki na poziomie szkoły średniej
- umiejętność logicznego myślenia
- posługiwanie się narzędziami matematycznymi z zakresu szkoły średniej do rozwiązywania zadań
- umiejętność uczenia się ze zrozumieniem
- umiejętność samodzielnego wyszukiwania informacji w literaturze

### Cel przedmiotu

Poznanie zastosowań narzędzi matematycznych i metod do rozwiązywania prostych zagadnień technicznych oraz wskazanie na możliwości zastosowania matematyki w zagadnieniach bardziej złożonych.

### Przedmiotowe efekty uczenia się

Wiedza

1. Ma wiedzę z matematyki obejmującą wybrane działy analizy matematycznej, algebry i geometrii analitycznej.
2. Ma wiedzę dotyczącą stosowania aparatu matematycznego do opisu zagadnień mechanicznych.
3. Ma wiedzę dotyczącą zastosowań odpowiednich technik obliczeniowych wspomagających pracę inżyniera przy jednoczesnym zrozumieniu ich ograniczeń.

## Umiejętności

1. Potrafi posługiwać się metodami matematycznymi w analizie wybranych zagadnień mechanicznych.

## Kompetencje społeczne

1. Ma świadomość potrzeby pogłębiania i poszerzania wiedzy.

2. Ma świadomość znaczenia matematyki w rozwiązywaniu zagadnień mechanicznych oraz potrafi zasięgać opinii ekspertów w przypadku trudności z samodzielnym rozwiązaniem problemu.

## Metody weryfikacji efektów uczenia się i kryteria oceny

Efekty uczenia się przedstawione wyżej weryfikowane są w następujący sposób:

Wykład: wiedza nabyta w ramach wykładu jest weryfikowana przez egzamin pisemny. Zadania mają charakter teoretyczny lub praktyczny. Egzamin oceniany jest w systemie punktowym. Warunkiem zdania egzaminu jest uzyskanie co najmniej 50% punktów.

Ćwiczenia: w ramach ćwiczeń efekty kształcenia weryfikowane są przez dwa kolokwia, ocenianie ciągle oraz uzyskiwanie punktów dodatkowych za aktywność i pracę podczas zajęć. Warunkiem otrzymania pozytywnej oceny z ćwiczeń jest uzyskanie co najmniej 50% punktów.

## Treści programowe

1. ALGEBRA LINIOWA
2. GEOMETRIA ANALITYCZNA
3. PRZEGLĄD FUNKCJI JEDNEJ ZMIENNEJ I ICH WŁASNOŚCI
4. CIĄGI LICZBOWE
5. GRANICA I CIĄGŁOŚĆ FUNKCJI
6. POCHODNA FUNKCJI
7. CAŁKI NIEOZNACZONE
8. CAŁKI OZNACZONE I NIEWŁAŚCIWE
9. LICZBY ZESPOLONE
10. SZEREGI LICZBOWE I POTĘGOWE

## Tematyka zajęć

Wykład:

### 1. ALGEBRA LINIOWA

- Macierz (definicja, podstawowe oznaczenia i przykłady)
- Działania na macierzach (mnożenie przez stałą, dodawanie, odejmowanie, mnożenie dwóch macierzy, transponowanie, odwracanie macierzy)
- Wyznacznik macierzy (definicja, własności wyznaczników, metody obliczania wyznaczników: metoda Sarrusa, rozwinięcie Laplace'a)

### 2. ELEMENTY GEOMETRII ANALITYCZNEJ W PRZESTRZENI TRÓJWYMIAROWEJ

- Wektory w przestrzeni trójwymiarowej
- Działania na wektorach (dodawanie, odejmowanie, mnożenie przez skalar, mnożenie skalarne, mnożenie wektorowe, iloczyn mieszany trzech wektorów)
- Warunek równoległości i prostopadłości wektorów
- Pole równoległoboku/trójkąta zbudowanego na dwóch nierównoległych wektorach
- Objętość równoległościanu/czworościanu zbudowanego na trzech niewspółpłaszczyznowych wektorach
- Kąt zawarty pomiędzy dwoma wektorami

### 3. PRZEGLĄD FUNKCJI JEDNEJ ZMIENNEJ I ICH WŁASNOŚCI

- Definicja funkcji, dziedzina, zbiór wartości, wykres funkcji
- Funkcja monotoniczna, ograniczona, okresowa, parzysta, nieparzysta, złożona
- Suriekcja, iniekcja, funkcja odwrotna
- Logarytm naturalny, funkcje cyklometryczne, funkcje hiperboliczne i odwrotne do nich
- Funkcja uwikłana, określona parametrycznie, krzywa we współrzędnych biegunowych

### 4. CIĄGI LICZBOWE

- Definicja ciągu liczbowego
- Ograniczoność, monotoniczność ciągu
- Granica ciągu (w tym liczba  $e$ ), ciągi zbieżne, rozbieżne
- Twierdzenia o ciągach (w tym Twierdzenie o 3 i 2 ciągach oraz o arytmetyce granic ciągów)

### 5. GRANICA I CIĄGŁOŚĆ FUNKCJI

- Definicja granicy funkcji w punkcie, granice właściwe i niewłaściwe funkcji w punkcie, granice

jednostronne właściwe i niewłaściwe funkcji w punkcie oraz granice właściwe i niewłaściwe w nieskończoności

- Twierdzenia o granicach funkcji (w tym Twierdzenie o arytmetyce granic funkcji oraz o 3 i 2 funkcjach)
- Wyrażenia nieoznaczone i granice pewnych wyrażeń nieoznaczonych
- Ciągłość funkcji w punkcie
- Własności funkcji ciągłych (w tym Twierdzenie Weierstrassa i Darboux)

## 6. POCHODNA FUNKCJI

- Definicja pochodnej funkcji, interpretacja geometryczna pochodnej, pochodne jednostronne, twierdzenia o pochodnej funkcji (o działaniach arytmetycznych na pochodnej, o pochodnej funkcji odwrotnej, o pochodnej funkcji złożonej, o pochodnej funkcji określonej parametrycznie)
- Prosta styczna, normalna do wykresu funkcji
- Różniczka funkcji, zastosowanie różniczki do obliczeń przybliżonych
- Pochodne wyższych rzędów
- Własności funkcji różniczkowalnych
- Reguła de l'Hospitala
- Asymptoty funkcji
- Ekstrema lokalne i absolutne
- Monotoniczność funkcji
- Punkty przegięcia wykresu funkcji
- Wklęsłość, wypukłość funkcji
- Zastosowanie ekstremów w zadaniach optymalizacyjnych

## 7. CAŁKI NIEOZNACZONE

- Funkcja pierwotna, twierdzenia o całkach nieoznaczonych (m.in. o całkowaniu przez podstawienie i przez części)
- Rozkład na ułamki proste funkcji wymiernej właściwej, całkowanie funkcji wymiernych
- Całkowanie funkcji trygonometrycznych (w tym uniwersalne podstawienie trygonometryczne) i pewnych funkcji z niewymiernościami (w tym podstawienia Eulera, metoda współczynników nieoznaczonych)

## 8. CAŁKI OZNACZONE I NIEWŁAŚCIWE

- Definicja całki oznaczonej Riemanna, interpretacja geometryczna całki oznaczonej, Twierdzenie Newtona-Leibniza
  - Własności całki oznaczonej
  - Twierdzenie o całkowaniu przez podstawienie i przez części dla całki oznaczonej
  - Zastosowania geometryczne całek oznaczonych, gdy funkcja dana jest w postaci jawnej, parametrycznej i we współrzędnych biegunowych
- o pole obszaru płaskiego  
o długość krzywej  
o objętość i pole powierzchni bocznej bryły obrotowej
- Całki niewłaściwe pierwszego i drugiego rodzaju

## 9. LICZBY ZESPOLONE

- Moduł, argument, argument główny
- Postać: geometryczna, algebraiczna, trygonometryczna (płaszczyzna Gaussa)
- Działania na liczbach zespolonych w postaci algebraicznej (obliczenie pierwiastka kwadratowego liczby zespolonej, rozwiązywanie równań kwadratowych w dziedzinie zespolonej)
- Potęgowanie liczby zespolonej w postaci trygonometrycznej (wzór Moivre'a)
- Pierwiastki stopnia  $n$
- Iloczyn i iloraz dwóch liczb zespolonych w postaci trygonometrycznej
- Wzór Eulera

## 10. SZEREGI LICZBOWE I POTĘGOWE

- Suma szeregu liczbowego, warunek konieczny zbieżności szeregu liczbowego
- Kryteria zbieżności szeregów o wyrazach dodatnich (d'Alemberta, Cauchy'ego, porównawcze, całkowite)
- Szereg naprzemienny, kryterium Leibniza zbieżności szeregu naprzemianowego
- Zbieżność bezwzględna i warunkowa szeregu
- Szereg potęgowy, promień i przedział zbieżności szeregu potęgowego
- Różniczkowanie i całkowanie szeregu potęgowego
- Szereg Taylora, Maclaurina, obliczenia przybliżone

Ćwiczenia:

## 1. ALGEBRA LINIOWA

- Działania na macierzach (mnożenie przez stałą, dodawanie, odejmowanie, mnożenie dwóch macierzy, transponowanie, odwracanie macierzy)
- Wyznacznik macierzy (definicja, własności wyznaczników, metody obliczania wyznaczników: metoda

Sarrusa, rozwinięcie Laplace'a)

## 2. ELEMENTY GEOMETRII ANALITYCZNEJ W PRZESTRZENI TRÓJWYMIAROWEJ

- Wektory w przestrzeni trójwymiarowej
- Działania na wektorach (dodawanie, odejmowanie, mnożenie przez skalar, mnożenie skalarne, mnożenie wektorowe, iloczyn mieszany trzech wektorów)
- Warunek równoległości i prostopadłości wektorów
- Pole równoległoboku/trójkąta zbudowanego na dwóch nierównoległych wektorach
- Objętość równoległościanu/czworościanu zbudowanego na trzech niewspółpłaszczyznowych wektorach
- Kąt zawarty pomiędzy dwoma wektorami

## 3. PRZEGLĄD FUNKCJI JEDNEJ ZMIENNEJ I ICH WŁASNOŚCI

- Dziedzina, zbiór wartości, wykres funkcji
- Funkcja monotoniczna, ograniczona, okresowa, parzysta, nieparzysta, złożona
- Funkcja odwrotna
- Logarytm naturalny, funkcje cyklometryczne, funkcje hiperboliczne i odwrotne do nich

## 4. CIĄGI LICZBOWE

- Ograniczoność, monotoniczność ciągu
- Granica ciągu (w tym liczba  $e$ ), ciągi zbieżne, rozbieżne
- Twierdzenia o ciągach (w tym Twierdzenie o 3 i 2 ciągach oraz o arytmetyce granic ciągów)

## 5. GRANICA I CIĄGŁOŚĆ FUNKCJI (2h wykład, 2h ćwiczenia)

- Granica funkcji w punkcie, granice właściwe i niewłaściwe funkcji w punkcie, granice jednostronne właściwe i niewłaściwe funkcji w punkcie oraz granice właściwe i niewłaściwe w nieskończoności
- Twierdzenia o granicach funkcji (w tym Twierdzenie o arytmetyce granic funkcji oraz o 3 i 2 funkcjach)
- Wyrażenia nieoznaczone i granice pewnych wyrażeń nieoznaczonych
- Ciągłość funkcji w punkcie

## 6. POCHODNA FUNKCJI

- Pochodna funkcji, twierdzenia o pochodnej funkcji (o działaniach arytmetycznych na pochodnej, o pochodnej funkcji odwrotnej, o pochodnej funkcji złożonej, o pochodnej funkcji określonej parametrycznie)
- Prosta styczna, normalna do wykresu funkcji
- Różniczka funkcji, zastosowanie różniczki do obliczeń przybliżonych
- Pochodne wyższych rzędów
- Własności funkcji różniczkowalnych
- Reguła de l'Hospitala
- Asymptoty funkcji
- Ekstrema lokalne i absolutne
- Monotoniczność funkcji
- Punkty przegięcia wykresu funkcji
- Wklęsłość, wypukłość funkcji

## 7. CAŁKI NIEOZNACZONE

- Funkcja pierwotna, twierdzenia o całkach nieoznaczonych (m.in. o całkowaniu przez podstawienie i przez części)
- Rozkład na ułamki proste funkcji wymiernej właściwej, całkowanie funkcji wymiernych
- Całkowanie funkcji trygonometrycznych (uniwersalne podstawienie trygonometryczne)

## 8. CAŁKI OZNACZONE

- Twierdzenie Newtona-Leibniza
- Własności całki oznaczonej
- Twierdzenie o całkowaniu przez podstawienie i przez części dla całki oznaczonej
- Zastosowania geometryczne całek oznaczonych:  
o pole obszaru płaskiego

## Metody dydaktyczne

Wykład: prezentacja multimedialna uzupełniana przykładami podawanymi na tablicy, teoria przedstawiana w powiązaniu z aktualną wiedzą studentów.

Ćwiczenia: rozwiązywanie przykładowych zadań na tablicy, inicjowanie dyskusji nad rozwiązaniami.

## Literatura

Podstawowa:

1. M. Gewert, Z. Skoczylas, Analiza Matematyczna 1 i 2, Definicje, twierdzenia i wzory, Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław 2019.

2. M. Gewert, Z. Skoczylas, Analiza Matematyczna 1 i 2, Przykłady i zadania, Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław 2018.
3. W. Krysicki, L. Włodarski, Analiza matematyczna w zadaniach cz. I, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2015.
4. W. Żakowski, W. Kołodziej, Matematyka cz. II, Analiza matematyczna, WNT, Warszawa 2017.
5. W. Żakowski, G. Decewicz, Matematyka cz. I, Analiza matematyczna, WNT, Warszawa 2017.
6. T. Jurlewicz, Z. Skoczylas, Algebra liniowa 1, Definicje, twierdzenia, wzory, Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław 2002.
7. T. Jurlewicz, Z. Skoczylas, Algebra liniowa 1, Przykłady i zadania, Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław 2006.

Uzupełniająca:

-

### Bilans nakładu pracy przeciętnego studenta

	Godzin	ECTS
Łączny nakład pracy	125	5,00
Zajęcia wymagające bezpośredniego kontaktu z nauczycielem	77	3,00
Praca własna studenta (studia literaturowe, przygotowanie do zajęć laboratoryjnych/ćwiczeń, przygotowanie do kolokwium/egzaminu, wykonanie projektu)	48	2,00